Lebbeni

المعهد التحضيري للدراسات الهندسية بالمنار

Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs – El Manar

Département : Physique	Devoir Surveillé
Année Universitaire : 2015/2016	Date : Le 05 /11/2015
Section PT& MP 1ère année	Durée : 2 H
Nombre de pages : 3 + 2(QCM)	

L'utilisation de la calculatrice est non autorisée dans cette épreuve

Les différentes parties de l'examen sont indépendantes et peuvent être traitées séparément. Un résultat donné en énoncé peut être utilisé pour répondre aux questions qui le suivent.

QCM (**6points). Répondre sur le cahier en indiquant tout simplement, le numéro de la question et la réponse correspondante (exemple Q8→d). Il peut y avoir plusieurs réponses justes à une même question.**

Exercice 1 (7 points) : bille dans une gouttière (d'après ICNA 2006)

L'espace physique est rapporté à un référentiel galiléen $\mathfrak{R}(O, x, y, z)$. Une bille assimilée à un point matériel M de masse m, est lâché sans vitesse initiale depuis le point A d'une gouttière situé à une hauteur h du point le plus bas B de la gouttière. Cette dernière est terminée en B par un guide circulaire de rayon R, disposé verticalement (figure 1). La bille dont on suppose que le mouvement a lieu **sans frottement**, peut éventuellement quitter la gouttière à l'intérieur du cercle. On note $\vec{g} = -g\vec{u}_y$ l'accélération de pesanteur.

Etude cinématique :

On associe la base polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ au mouvement circulaire de M et on exprimera les vecteurs dans cette base:

1) Déterminer la vitesse du point M sur le cercle en fonction de R et $\dot{\theta}$
2) Déterminer l'accélération du point M sur le cercle en fonction de R, $\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$

Etude dynamique :

3) Montrer que l'énergie mécanique se conserve dans ce problème

4) Donner l'équation traduisant l'égalité entre l'énergie mécanique au point A et au point M.

5) Déduire la norme $v(M)$ de la vitesse au point M sur le cercle, en fonction de θ et h. On prendra l'origine de l'énergie potentielle au niveau du sol (voir figure 1)

6) Donner les équations du mouvement par application du principe fondamental de la dynamique au mouvement du point M

7) Montrer que la réaction $\vec{N}$ de la gouttière au point M a comme norme :

$$N = mg(3cos\theta + 2\frac{h}{R} - 2)$$

8) Quelle est la hauteur minimale, h pour que la bille ait un mouvement révolutif dans le guide ?

9) On suppose maintenant qu'après le mouvement circulaire, la bille M est guidée dans une branche BF(voir figure 2). Décrire qualitativement ce qui se passera au point F selon son altitude h'.

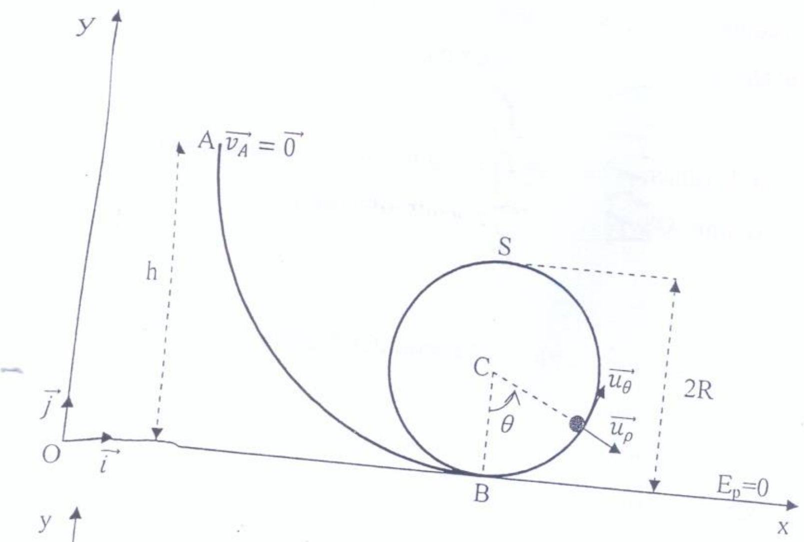


Figure 1

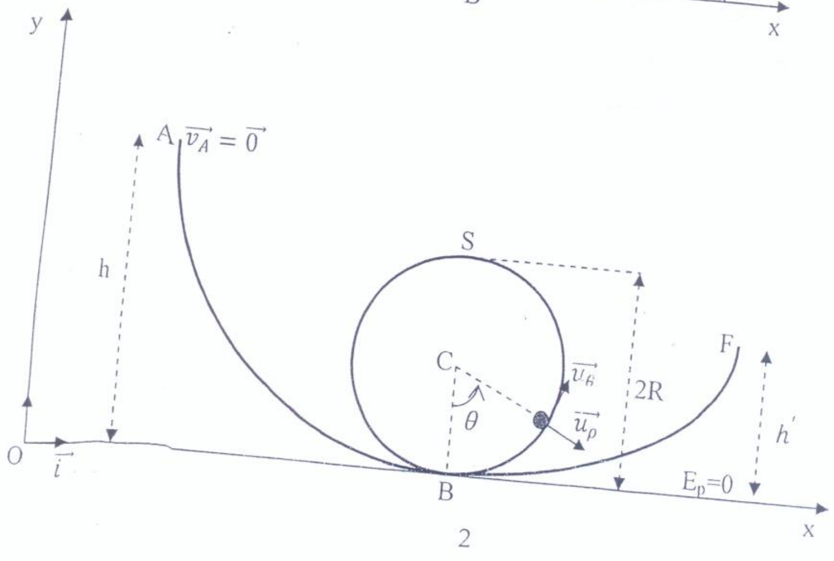


Figure 2

Exercice 2 (7 points) : ressort incliné

L'espace physique est rapporté à un référentiel galiléen $\Re(O,x,y,z)$. On considère une tige **fixe**, dans un plan vertical xoz, faisant l'angle α avec l'axe Oz. Un anneau M de masse m est enfilé sur la tige et astreint à se déplacer sans frottement le long de celle-ci (figure 3). Cet anneau est également relié à un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 dont l'autre extrémité est fixée en O. on repère la position de M par OM=X

1) Quelles sont les forces conservatives appliquées à M
2) Déterminer l'énergie potentielle E_p en fonction de X et α. On prendra $E_p(l_0) = 0$.
3) Etablir l'équation différentielle du mouvement à l'aide du théorème de l'énergie mécanique.
4) Etudier la fonction E_p (X) dans le cas où $mgcos\alpha < kl_0$. Tracer son allure.
5) Discuter sur le graphique les mouvements possibles en prenant à t=0 les conditions initiale suivantes : $X = l_0$et $\frac{dX}{dt} = v_0$. Préciser la valeur maximale de $v_0$pour que le mouvement se fasse entre deux positions extrêmes $X_1 > 0$ et $X_2 > 0$
6) Déterminer la vitesse en fonction de X, V(X)
7) DéterminerX en fonction du temps, X(t)

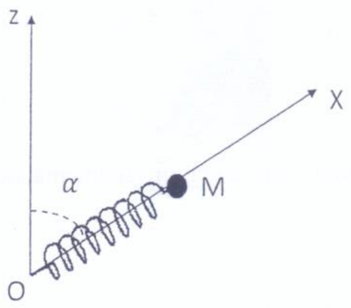


Figure 3

QCM

Q1 : si on applique la première loi de Newton, un point matériel soumis à une force nulle est

a- Au repos

b- En mouvement rectiligne uniforme

c- En chute libre

Q2 : On lance un objet vers le haut. A un certain moment, il tombe parce que :

a- son accélération s'annule

b- sa vitesse s'annule

c- la résistance de l'air est nulle

Q3 : Un point matériel M_1 est lancé horizontalement avec une vitesse $\vec{v}_{01}$ d'une altitude h. simultanément, un autre point M_2 est laissé en chute libre avec une vitesse nulle $\vec{v}_{02} = \vec{0}$, de la même hauteur h. la résistance de l'air étant négligeable :

a- les deux points arrivent en même temps au sol

b- M_1 arrive au sol après M_2

c- M_2 arrive au sol après M_1

Justifier votre réponse qualitativement, sans équations mathématiques :

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

Q4 : La vitesse d'un point matériel en chute libre ne peut pas augmenter indéfiniment et à certain moment, elle atteint une vitesse limite parce que :

a- la force de frottement de l'air annule le poids

b- le point matériel devient isolé et son mouvement devient rectiligne uniforme

c- l'accélération est constante

Q5 : La poussée d'Archimède d'un objet flottant dans un liquide dépend de :

a- la masse de l'objet

b- du volume immergé

c- la masse volumique du fluide

Q6 : Soient une pomme attachée à un fil et un ballon rempli d'Hélium attaché à un autre fil. Si on coupe les fils, la pomme tombe par terre et le ballon monte en haut. Cette différence de comportement est due:

a- au rapport entre le poids de l'objet et la force de frottement de l'air
b- au rapport entre le poids de l'objet et la poussée d'Archimède existante
c- au rapport entre la masse volumique de l'air et celle de l'objet

Q7 : On laisse en chute libre des objets sphériques en acier de différents diamètres dans un tube long rempli de liquide. Sachant que le liquide exerce une force de frottement $= C_1 r v$, où C_1 est un terme visqueux qui dépend de la température.

a- La sphère de plus grand diamètre atteint la première le fond du tube
b- La sphère de plus grand diamètre atteint une vitesse limite la plus grande pendant la chute
c- Toutes les sphères atteignent le fond en même temps

Justifiez votre réponse : ....
....

Q8 : le frottement solide entre un objet et une surface dépend de

a- la masse de l'objet
b- les surfaces en contact
c- l'aire des deux surfaces en contact

Q9 : L'énergie potentielle d'un objet soumis à des forces conservatives,

a- est maximum quand l'énergie cinétique est minimum
b- peut être positive ou négative
c- dépend de l'énergie mécanique de l'objet

Q10 : La puissance de la résultante des forces non conservatives appliquées à un point matériel dépend de

a- la vitesse du point matériel
b- la variation de l'énergie mécanique au cours du temps
c- l'énergie potentielle du point matériel

Corrigé DS$_1$ – 2015

QCM : (6 points)

0,25 + 0,25 Q_1 : a + b
0,5 Q_2 : b
0,5 Q_3 : a

0,5 Justification : Etant donné que les 2 mvts selon (ox) et (oy) sont indépendants, les 2 pts arrivent au sol en même temps, v_0 n'a aucune influence sur le mvt vertical

0,25 + 0,25 Q_4 : a + b
0,25 + 0,25 Q_5 : b + c
0,5 Q_6 : b
0,25 + 0,25 Q_7 : a + b

0,5 Justification : la vitesse limite est obtenue pd

$mg = C_1 r v \rightarrow v_{lim} = \frac{mg}{C_1 r}$

or : $\rho_{sph} V_{sph} = m = \rho_{sph} \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\rightarrow v_{lim} = \rho_{sph} \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{g}{C_1 r} = cte \cdot r^2 \text{ avec } cte = \rho_{sph} \frac{4}{3}\frac{\pi}{C_1}$$

$v_{lim} = f(r^2)$ càd que la sphère de plus grand diamètre possède la vitesse limite la plus grande et elle l'atteint en premier, donc atteint le sol la première.

0,5 Q_8 : b

0,25 + 0,25 Q_9 : a + b

0,25 + 0,25 Q_{10} : a + b

Exercice 1 (7 points)

0,5 1) $\vec{V} = R\dot{\theta}\vec{U_\theta}$

0,5 2) $\vec{\gamma} = R\ddot{\theta}\vec{U_\theta} - R(\dot{\theta})^2\vec{U_r}$

0,5 3) le pt M est soumis à son poids qui est une force conservative et à la réaction du support qui ne travaille pas $\longrightarrow$ l'E. mécanique se conserve

4) $E(A) = E(M) \longrightarrow$

0,5 $\frac{1}{2}mV_A^2 + mgy_A = \frac{1}{2}mV_M^2 + mgy_M$

$\longrightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mgR(1-\cos\theta)$

0,5 $\longrightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mgR(1-\cos\theta)$

5) de l'équa. précédente on tire v :

0,5 $V = \sqrt{2g(h+R(\cos\theta-1))}$

6) P.F.D appliqué au pt M : $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{\gamma}$

0,25 avec $\vec{P}$: le poids du pt M $= -mg\vec{U_y} = -mg(-\cos\theta\vec{U_r} + \sin\theta\vec{U_\theta})$

0,25 $\vec{N}$: la réaction normale car mvt sans frottement

$\vec{N} = -N\vec{U_r}$

projection du P.F.D $\longrightarrow$

0,5 selon $\vec{U_r}$ $\begin{cases} -mR(\dot{\theta})^2 = mg\cos\theta - N & (1) \\ mR\ddot{\theta} = -mg\sin\theta & (2) \end{cases}$

0,5 selon $\vec{U_\theta}$

7) de l'équation (1) on a : $mR(\dot{\theta})^2 = N - mg\cos\theta$

0,5 or : $R(\dot{\theta})^2 = \frac{V^2}{R}$

0,5 $\longrightarrow m\frac{V^2}{R} = N - mg\cos\theta = \frac{m}{R}(2g(h+R(\cos\theta-1))$

$\rightarrow N = mg\cos\theta + \frac{m}{R}\left[2g\left(h + R(\cos\theta - 1)\right)\right]$

$\rightarrow N = mg\cos\theta + 2mg\frac{h}{R} + 2mg(\cos\theta - 1)$

$= 3mg\cos\theta + 2mg\left(\frac{h}{R} - 1\right)$

0,5 $\rightarrow \boxed{N = mg\left(3\cos\theta + 2\frac{h}{R} - 2\right)}$

8) Pour que la bille ait un mvt révolutif ; il faut que la réaction ne s'annule en aucun pt du cercle. son expression montre qu'elle st minimale en $\theta = \pi$ (au sommet S du cercle) on souhaite donc que $N(\theta = \pi) > 0 \rightarrow$

0,5 $mg\left(-3 + 2\frac{h}{R} - 2\right) > 0 \rightarrow \boxed{h > \frac{5}{2}R}$

9) Puisque l'E. méca st conservée ds ce problème, l'E_p st constament convertis en E_c et vice versa pour maintenir $E = cte$. donc si $h' < h$, arrivant

0,5 au pt F, le pt M aura une vitesse $\vec{V_F}$ et va tomber en projectile avec cette vitesse. si $h' \geq h$ le pt M arrivera au pt ~~[illegible]~~ d'altitude $h' = h$ avec exactement une vitesse nulle car E_p st max en ce pt et va donc rebrousser chemin.

Exercice 2 (7 points)

0,5 1) les forces conservatives appliquées à M sont son poids $\vec{P} = -mg\vec{k}$ et la force de rappel du ressort $\vec{F} = -k(X - l_0)\vec{I}$

2) $dE_p = -\delta W(\vec{P}) - \delta W(\vec{F})$

0,5 $= -\vec{P}\cdot d\vec{OM} - \vec{F}\cdot d\vec{OM}$ avec $d\vec{OM} = dX\vec{I}$

$= mg\vec{k}\cdot dX\vec{I} + k(X - l_0)\,dX$

$X\,dx - l_0\,dx$

$\frac{X^2}{2} - l_0 x$

or : $\vec{k}\cdot\vec{I} = \cos\alpha \Rightarrow$

0,5 $E_p = mg\cos\alpha\, X + \frac{1}{2}k(X - l_0)^2 + cte$

$E_p(X = l_0) = 0 \Rightarrow cte = -mg\cos\alpha\, l_0$

0,5 $\Rightarrow \boxed{E_p = mg\cos\alpha\, X + \frac{1}{2}k(X - l_0)^2 - mg\cos\alpha\, l_0}$

3) le pt M est soumis aux forces conservatives et à la réaction de la tige qui ne travaille pas

0,5 $\Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0$

$E = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\dot{X}^2 + mg\cos\alpha\, X + \frac{1}{2}k(X - l_0)^2 - mg\cos\alpha\, l_0$

$\frac{dE}{dt} = 0 = \dot{X}\ddot{X}m + mg\cos\alpha\,\dot{X} + k\dot{X}(X - l_0) \Rightarrow$

0,5 $\ddot{X} + \frac{k}{m}X = \frac{k}{m}l_0 - \cancel{m}g\cos\alpha$

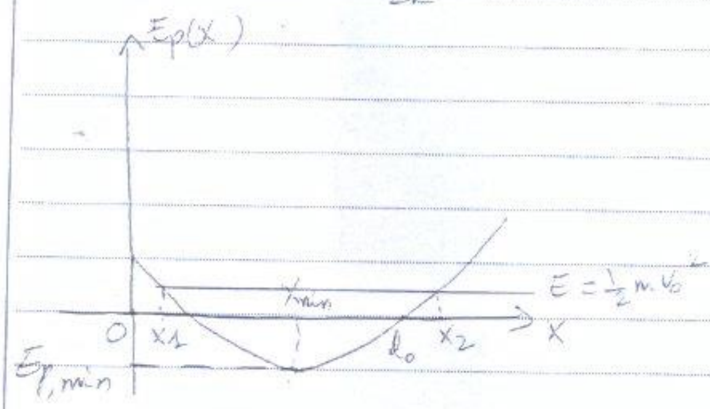
4) m.a : $\frac{dE_p}{dX} = mg\cos\alpha + k(X - l_0) = 0$

0,5 $\Rightarrow X = l_0 - \frac{mg\cos\alpha}{k}$ $(X > 0)$

0,5 $E_p\left(l_0 - \frac{mg\cos\alpha}{k}\right) = -\frac{(mg\cos\alpha)^2}{2k}$

d'où le tableau de variation de $E_p(x)$

x	0		$l_0 - \frac{mg\cos\alpha}{k}$		$+\infty$
$\frac{dE_p}{dx}$		$-$	0	$+$	
$E_p(x)$	$E_p(0)$	$\searrow$	$-\frac{(mg\cos\alpha)^2}{2k}$	$\nearrow$	∞

0,5 

5) On a : $E = E_c + E_p \rightarrow E_c = E - E_p \geqslant 0$

$\rightarrow E \geqslant E_p$

0,5 En plus $E = cte = E(t=0) = \frac{1}{2}mv_0^2$

D'après la figure, $x_1 > 0$ si $E < E_p(0)$

$\rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 < \frac{1}{2}kl_0^2 - mgl_0\cos\alpha$

0,5 $\rightarrow \quad v_0 < \pm\sqrt{\frac{l_0^2 - 2mgl_0\cos\alpha}{m}}$

6) On obtient $v(x)$ en écrivant que l'Energie mécanique est égale à sa valeur à $t=0 \rightarrow$

0,5 $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgx\cos\alpha + \frac{1}{2}k(x-l_0)^2 - mgl_0\cos\alpha$

0,5 $v = \pm\sqrt{v_0^2 - 2gx\cos\alpha - \frac{(k-l_0)^2}{m} + 2gl_0\cos\alpha}$